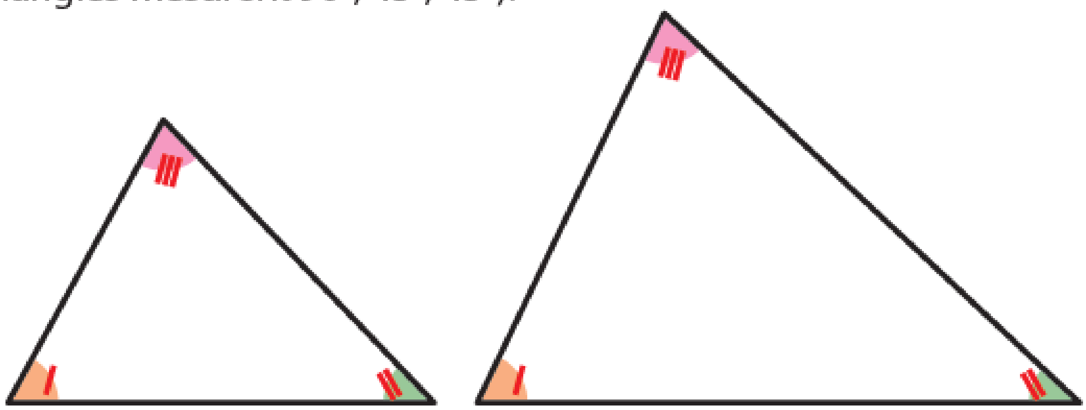
20 **a.** Faux. Deux triangles équilatéraux ne sont pas forcément égaux. Contre-exemple : deux triangles équilatéraux, l'un de côté 5 cm et l'autre de côté 6 cm. Les côtés des deux triangles ne sont pas deux à deux de même longueur. Les triangles ne sont pas égaux.

b. Vrai. [AC] est un côté commun aux triangles ABC et ADC, AB = DC et AD = BC (car les côtés opposés d'un rectangle sont de même longueur). Ainsi les triangles ABC et ADC ont leurs côtés deux à deux de même longueur, ils sont donc égaux.

c. Faux. ABC et DEF ne sont pas forcément égaux. Contre-exemple : 2 triangles équilatéraux de côtés respectifs de longueurs différentes (tous les angles mesurent 60°), 2 triangles rectangles isocèles de côtés respectifs de longueurs différentes (les angles de ces deux triangles mesurent 90°, 45°, 45°).



21 Tous les triangles ABC construits par les élèves ont un côté de même longueur (AB = 7 cm) compris entre 2 angles respectivement de même mesure (30° et 80°), donc tous ces triangles sont égaux.

22 **1.** A, B et L sont alignés donc on a $\widehat{ABC} = \widehat{KBL} = 90°$, $\widehat{CAB} = \widehat{BKL}$ et AB = KB (d'après les codages de la figure).

Les triangles ABC et BKL ont un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement de même mesure, donc ces deux triangles sont égaux.

2. AB = BK

3. AC = KL, car les deux triangles ABC et BKL étant égaux, leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

4. BC = BL

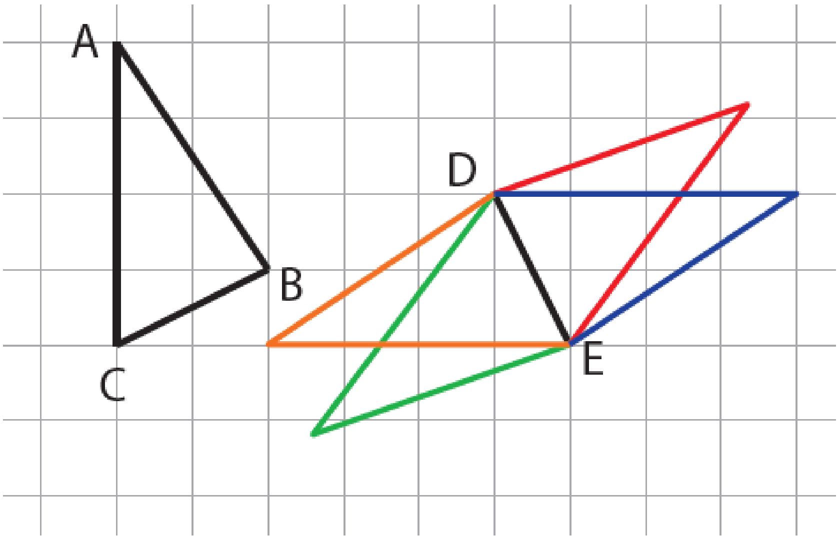
5. $\widehat{ACB} = \widehat{BLK}$

23 **1.** Les points S, O, U sont alignés, donc SO = SU – UO.
Les points U, M, T sont alignés, donc UM = UT – MT.
Les points S, P, T sont alignés, donc PT = ST – SP.
Comme SUT est un triangle équilatéral, on a SU = UT = ST et d'après les codages, on a UO = MT = SP. On obtient donc par soustraction que SO = UM = PT.
De plus, comme SUT est un triangle équilatéral,
on a $\widehat{SUT} = \widehat{STU} = \widehat{TSU} = 60°$.
Finalement, les triangles SPO, MTP et UOM ont un angle de même mesure (60°) compris entre deux côtés respectivement de même longueur, donc ces trois triangles sont égaux.
2. Les triangles SPO, MTP et UOM sont égaux, donc leurs côtés sont deux à deux de même longueur. On en déduit que OP = PM = OM.
Le triangle OMP a ses trois côtés de même longueur, c'est un triangle équilatéral.

24 Les droites parallèles d_1 et d_2 sont coupées par la sécante (EC). Elles définissent donc des angles alternes-internes $\widehat{BEF}$ et $\widehat{FCH}$ de même mesure : $\widehat{BEF} = \widehat{FCH}$.
Les triangles EBF et FCH ont ainsi un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur (EB = FC et EF = CH, d'après les codages), donc ce sont des triangles égaux.
Les triangles EBF et FCH sont égaux, donc ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur, donc BF = FH.

25 **1.** ABCD est un carré, donc AD = BC et ses quatre angles sont droits, en particulier $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90°$.
I est le milieu de [AB], donc AI = IB.
Ainsi les triangles AID et BIC ont un angle de même mesure (90°) compris entre deux côtés respectivement de même longueur, donc ce sont des triangles égaux.
2. Les triangles AID et BIC sont égaux, donc ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur, donc en particulier ID = IC.
Le triangle IDC est donc un triangle isocèle en I.

26



27 **1.** $\widehat{FGH} = \widehat{EDC} = 90°$; $\widehat{HFG} = \widehat{CED}$.

La somme des trois angles d'un triangle étant égale à 180°, on aura :

$\widehat{GHF} = 180° - (90° + \widehat{HFG})$ et $\widehat{DCE} = 180° - (90° + \widehat{DEC})$.

On obtient alors $\widehat{GHF} = \widehat{DCE}$.

Les triangles CDE et FGH ont donc leurs angles deux à deux de même mesure.

2. EC ≠ HF, donc les triangles CDE et HGF ne sont pas égaux (ils ne sont pas superposables).

3. 28 ÷ 16 = 1,75. Il faudrait donc multiplier les longueurs des côtés de la voile CDE par 1,75 pour obtenir deux triangles égaux.

MODE EXPERT

28 Les cinq angles de sommet O ont la même mesure, $360° \div 5 = 72°$.
Le triangle OEA est isocèle en O, donc $\widehat{OAE} = (180° - 72°) \div 2 = 54°$.
Par suite, on obtient $\widehat{EAB} = 54° \times 2 = 108°$. De même : $\widehat{DCB} = 108°$.
Considérons les triangles EAB et CDB, on a $EA = DC$; $AB = CB$ (tous les côtés du pentagone sont de même longueur).
On a aussi $\widehat{EAB} = \widehat{DCB} = 108°$. De même : $\widehat{DCB} = 108°$.
Les deux triangles EAB et CDB ont ainsi un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, ces deux triangles sont donc égaux.
Par suite, comme deux triangles égaux ont des côtés deux à deux de même longueur, on en déduit que $EB = DB$.
Le triangle BDE est donc isocèle en B.