

SEQUENCE 08 – Proportionnalité

1) Grandeurs proportionnelles

Définition :

Deux **grandeurs** sont **proportionnelles** si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un nombre non nul, toujours le même. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples :

- La quantité d'essence achetée et le prix payé (car pour trouver le prix payé, on multiplie la quantité achetée par le prix d'un litre).
- La masse de viande d'une qualité donnée et son prix.
- Dans une recette de gâteau, la quantité de farine et le nombre de personnes.
- La longueur d'une tige de section donnée et sa masse.
- Le périmètre d'un polygone régulier et la longueur de son côté.

2) Tableau de proportionnalité

Propriété :

On peut représenter deux **grandeurs proportionnelles** dans un tableau de proportionnalité, dans lequel les lignes (ou colonnes) sont proportionnelles entre elles : les nombres d'une ligne peuvent être calculés en multipliant (ou en divisant) par le **coefficient de proportionnalité**.

Remarque

Pour vérifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité ou pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser **l'égalité des produits en croix**.

Exemples :

- Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

$\div 2,8$	1	5	10	20	$\times 2,8$
	2,8	14	28	56	

Le coefficient de proportionnalité est 2,8.

Méthodes :

a) Vérifier un tableau de proportionnalité :

- La quantité d'essence achetée et le prix payé sont proportionnels car, pour trouver le prix payé, on multiplie la quantité achetée par le prix d'un litre.

Quantité d'essence (en L)	6	8	10	14	$\times 1,5$	$\div 1,5$
Prix payé (en €)	9	12	15	21		

On vérifie :

$$\frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{21}{14}$$

Donc, il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité.

Dans cet exemple, un coefficient de proportionnalité est le prix d'un litre d'essence (en €).

b) Compléter un tableau de proportionnalité :

- Le nombre d'avocat étant proportionnel au prix payé,

On souhaite compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre d'avocats	3	5	8	25
Prix (en €)	2,40	4		

1^{ère} méthode : Retour à l'unité

On calcule le prix d'un seul avocat puis on le multiplie par 8, 25, etc..

On obtient :

$$\frac{2,40}{3} = 0,80$$

- Le prix d'un avocat est donc **0,80** €. Il s'agit également du coefficient de proportionnalité.

$$8 \times 0,80 = 6,40$$

- Le prix de 8 avocats est donc 6,40 €.

$$25 \times 0,80 = 20$$

- Le prix de 25 avocats est donc 20 €.

2^{ème} méthode : Opérations sur les colonnes

- Pour obtenir le prix de 8 avocats on additionne le prix de 3 avocats avec le prix de 5 avocats.

On obtient : $x = 6,40$.

The diagram shows a table with two rows and four columns. The first row is labeled 'Nombre d'avocats' and contains the values 3, 5, 8, and 25. The second row is labeled 'Prix (en €)' and contains the values 2,40, 4, x, and y. The values 8 and 25 in the first row, and x and y in the second row, are highlighted in blue and green respectively. Two curved arrows with a circled '+' sign indicate the addition of the first two columns to the third, and the second and third columns to the fourth.

Nombre d'avocats	3	5	8	25
Prix (en €)	2,40	4	x	y

- Pour obtenir le prix de 25 avocats on multiplie le prix de 5 avocats par 5.

The diagram shows a table with two rows and four columns. The first row is labeled 'Nombre d'avocats' and contains the values 3, 5, 8, and 25. The second row is labeled 'Prix (en €)' and contains the values 2,40, 4, x, and y. The values 8 and 25 in the first row, and x and y in the second row, are highlighted in blue and green respectively. Two curved arrows with a circled 'x 5' indicate the multiplication of the second column by 5 to get the fourth, and the third column by 5 to get the fourth.

Nombre d'avocats	3	5	8	25
Prix (en €)	2,40	4	x	y

D'où $y = 25$.

3) Représentation graphique

Propriété :

On peut représenter graphiquement une **situation de proportionnalité** : on obtient alors des points alignés sur une droite qui passse par l'origine du repère.

Exemple :

On reprend l'exemple précédent :

- Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

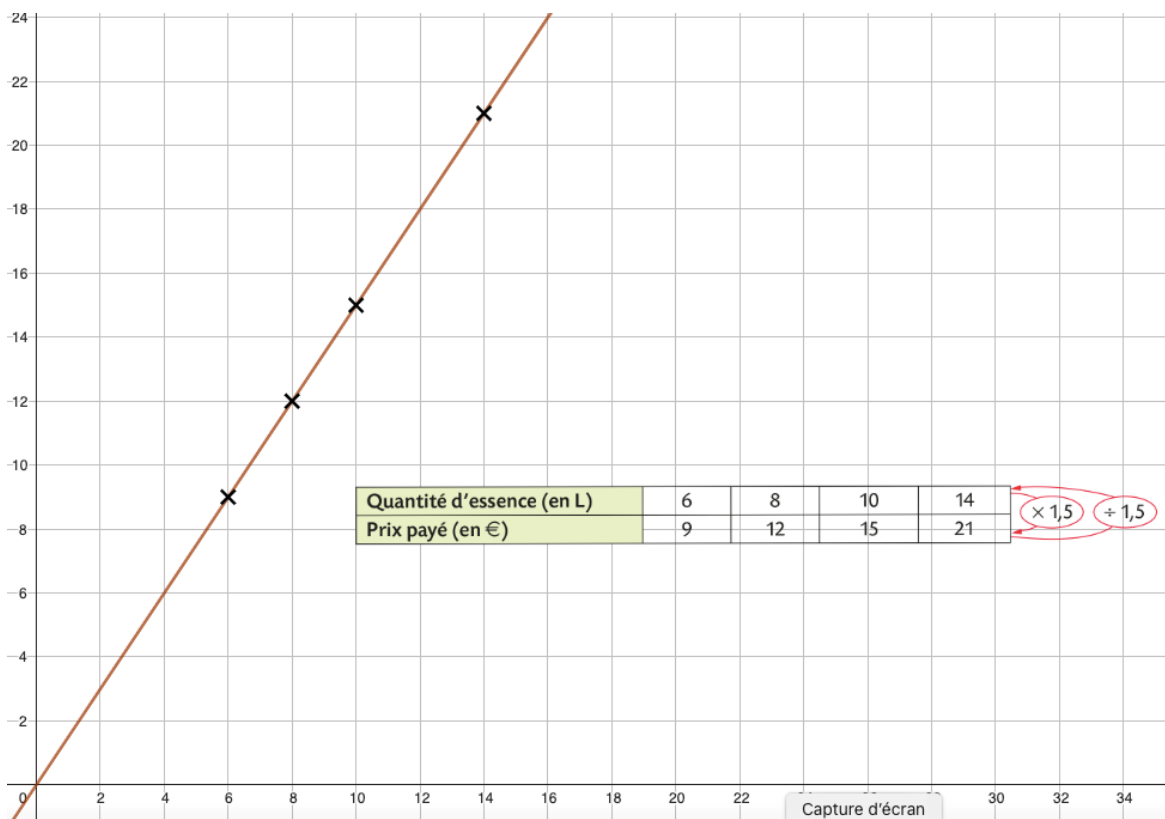
Quantité d'essence (en L)	6	8	10	14
Prix payé (en €)	9	12	15	21

$\times 1,5$ $\div 1,5$

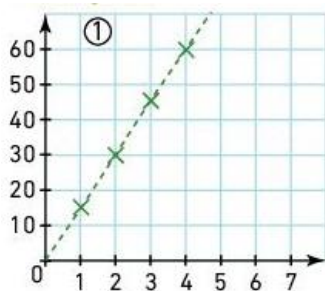
Dans un repère, on place les points suivants :

(6 ; 9), (8 ; 12), (10 ; 15) et (14 ; 21)

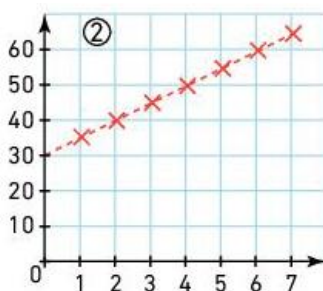
Ces points sont alignés avec l'origine.



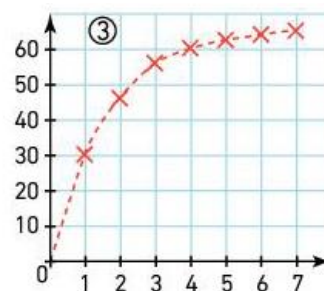
Remarque :



C'est une situation de proportionnalité car **les points sont alignés avec l'origine du repère.**



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère.**



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car **les points ne sont pas alignés.**