

SEQUENCE 07 – Puissances

1) Puissances positives de 10

Définition :

n désigne un entier supérieur ou égal à 2.

Le produit de n facteurs égaux à 10 se note 10^n et se lit : « 10

exposant n » :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$$

On dit que 10^n est une puissance de 10 d'exposant n ou encore la $n^{\text{ième}}$ puissance de 10.

Convention :

- On convient $10^0 = 1$.

Propriété :

Le nombre de zéros d'une puissance de 10 correspond à l'exposant de cette puissance.

$$10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

Nombre	Écriture décimale	Écriture à l'aide d'une puissance de 10
1 milliard	$\underbrace{1\,000\,000\,000}_{9 \text{ zéros}}$	10^9
mille	$\underbrace{1\,000}_{3 \text{ zéros}}$	10^3
238 millions	$\underbrace{238\,000\,000}_{6 \text{ zéros}}$	238×10^6

2) Puissances négatives de 10

Définition :

n désigne un entier strictement positif.

Le nombre 10^{-n} est l'inverse du nombre 10^n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Exemples :

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$$

Propriété :

n désigne un entier positif.

$$10^{-n} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

Nombre	Écriture décimale	Écriture à l'aide d'une puissance de 10
1 millionième	$\underbrace{0,000\,001}_{6 \text{ zéros}}$	10^{-6}
1 millième	$\underbrace{0,001}_{3 \text{ zéros}}$	10^{-3}
257 dix-millièmes	0,025 7	257×10^{-4}

3) Préfixes du système international

Définition :

Pour faciliter la lecture de certaines grandeurs, on peut utiliser des préfixes multiplicateurs avec les unités :

Préfixe	Symbole	Puissance de 10	Nombre
déca	da	10^1	10 (dix)
hecto	h	10^2	100 (cent)
kilo	k	10^3	1 000 (mille)
méga	M	10^6	1 000 000 (un million)
giga	G	10^9	1 000 000 000 (un milliard)

Préfixe	Symbole	Puissance de 10	Nombre
déci	d	10^{-1}	0,1 (un dixième)
centi	c	10^{-2}	0,01 (un centième)
milli	m	10^{-3}	0,001 (un millième)
micro	μ	10^{-6}	0,000 001 (un millionième)
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001 (un milliardième)

Exemples :

* $1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} = 1\,000 \text{ g}$

1 kilogramme vaut 1 000 grammes.

* $2 \text{ hm} = 2 \times 10^2 \text{ m}$

2 hectomètres valent 200 mètres.

* $50 \text{ Mo} = 50 \times 10^6 \text{ o} = 50\,000\,000 \text{ o}$

50 mégaoctets valent 50 millions d'octets.

* $50 \text{ cL} = 50 \times 10^{-2} \text{ L} = 0,5 \text{ L}$

50 centilitres valent 0,5 litre.

* $38 \text{ nm} = 38 \times 10^{-9} \text{ m}$

38 nanomètres valent 38 milliardièmes de mètres.

4) Notation scientifique

Définition :

La notation scientifique d'un nombre décimal est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal strictement supérieur à 1 et strictement inférieur à 10

Autrement dit, n'ayant qu'un seul chiffre avant la virgule et ce chiffre ne pouvant pas être 0.

- n est un entier relatif (positif ou négatif).

Exemples :

Pour déterminer la notation scientifique d'un nombre, on peut s'aider d'un tableau comme celui-ci :

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	,	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
			-2	4	5	9	,	1					
9	5	3	0	0	0	0	,						
						0	,	0	0	0	6	3	

En notation scientifique, $-2\,459,1$ s'écrit $-2,459\,1 \times 10^3$;

En notation scientifique, $9\,530\,000$ s'écrit $9,53 \times 10^6$;

En notation scientifique, $0,000\,63$ s'écrit $6,3 \times 10^{-4}$.

Remarque :

- On peut écrire que $9\,530\,000 = 95,3 \times 10^5$, mais l'écriture ainsi obtenue n'est pas une notation scientifique (car $95,3$ a deux chiffres avant la virgule) ;
- On peut écrire que $0,000\,63 = 0,63 \times 10^{-3}$, mais l'écriture ainsi obtenue n'est pas une notation scientifique (car $0,63$ a un seul chiffre avant la virgule, mais c'est un zéro).